

Nombre..... 11-Jun-2007

1. Calcula los siguientes límites: **(1 punto)**

a.  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{7x^3 + 2x^2 - 1}{-2x^3 + 11}$

b.  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x+2}{x-3}$

c.  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x - x^4}{x^2 + 1}$

d.  $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2 - 5x + 3} - x)$

e.  $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 + 2x + 1}{x^3 + 3x^2 + 3x + 1}$

f.  $\lim_{x \rightarrow 1} e^{\frac{1}{x-1}}$

g.  $\lim_{x \rightarrow 6} \log(2x - 2)$

h.  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x^2 - 4) \cdot (x - 3)}{x^3 + 2x^2 - 9x - 18}$

2. Sea  $f(x) = \begin{cases} x^2 + a & \text{si } x < -1 \\ 2 - x & \text{si } -1 \leq x \leq 4 \\ \frac{8}{x} & \text{si } x > 4 \end{cases}$  **(1,5 punto)**

- Calcula razonadamente el valor de "a" para que f(x) sea continua en x = -1. Estudia la continuidad en el resto de puntos.
- Para el valor obtenido en el apartado anterior, estudia la derivabilidad en  $\mathfrak{R}$ , hallando la función derivada en los puntos en los que exista.
- Representa y analiza la función para a = 0.

3. Calcula el dominio de las siguientes funciones: **(1 punto)**

a.  $f(x) = \frac{\sqrt{x-3}}{x-5}$

b.  $f(x) = \ln \frac{2x+1}{3x-6}$

c.  $f(x) = \frac{x^2 + 9}{x^2 - 3x}$

d.  $f(x) = \frac{\ln \sqrt{x^2 + x - 6}}{x^2 - 10}$

4. Calcula la derivada de las siguientes funciones y simplifica al máximo:

a.  $f(x) = e^{x^2} \cdot \text{sen}3x$

b.  $f(x) = \left(\frac{x+5}{x}\right)^4$

c.  $f(x) = \ln\left(x+1+\sqrt{x^2+2x+1}\right)$  **(1 punto)**

d.  $f(x) = \cos^2 x \cdot e^{\text{sen}x}$

5. Para la siguiente función, estudia los intervalos de crecimiento y decrecimiento, los máximos y los mínimos, los intervalos de concavidad y convexidad, los puntos de inflexión y haz una representación gráfica aproximada: **(1 punto)**

$$f(x) = -\frac{1}{3}x^3 + 3x^2 - 8x + 16$$

6. Calcula la ecuación de la recta tangente a la función  $f(x) = -2x^2 + 3x - 1$  en el punto de abscisas  $x = -3$ . **(0,5 puntos)**

7. **(1 punto)**

- a. Realiza la siguiente operación y expresa el resultado en forma binómica y forma polar:

$$\frac{(-3i)^2 \cdot (1-2i)}{2+2i}$$

- b. Resuelve la ecuación  $z^5 + z = 0$ , expresando sus soluciones en forma binómica.

8. Dados los vectores  $\vec{u} = 2\vec{i} + \frac{10\sqrt{5}}{3}\vec{j}$  y  $\vec{v} = -3\vec{i} + 3\vec{j}$ , hallar el ángulo que forman ambos vectores .

Calcular un vector  $\vec{r}$ , perpendicular a  $\vec{v}$ .

Calcular un vector  $\vec{s}$ , unitario y paralelo a  $\vec{v}$ .

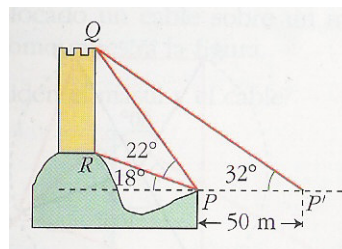
**(1 punto)**

9. Dados los puntos  $P(2,2)$  y  $Q(-5,3)$ , calcular la ecuación de la recta que pasa por ambos puntos y exprésala de 6 formas diferentes.

Calcula la distancia de la recta al punto  $R\left(\frac{1}{3}, -\ln 2\right)$  **(1 punto)**

10. **(1 punto)**

- a. Calcula la altura QR de la torre:



- b. Resuelve la siguiente ecuación:

$$\text{sen } 2x + \sqrt{3} \cos x = 0$$